

## Задания для 9, 10, 11 классов

### Задача 1. Степень (10 баллов)

Для того чтобы проверить, как ее ученики умеют считать, Мария Ивановна каждый год задает им на дом одну и ту же задачу – «Для заданного натурального  $A$  найти минимальное натуральное  $N$  такое, что  $N$  в степени  $N$  ( $N$ , умноженное на себя  $N$  раз) делится на  $A$ ».

Из года в год и от ученика к ученику меняется только число  $A$ .

Вы решили помочь будущим поколениям. Для этого вам необходимо написать программу, решающую эту задачу

Формат входных данных.

Во входном файле содержится единственное число  $A$  ( $1 \leq A \leq 10^9$ ).

Формат выходных данных.

В выходной файл вывести единственное число  $N$ .

Примеры.

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 8         | 4          |
| 13        | 13         |

Имя входного файла input.txt.

Имя выходного файла output.txt.

Максимальное время работы на одном тесте – 2 сек.

Максимальное время работы на одном тесте – 2 сек.

Максимальный объем используемой памяти 32 мегабайта.

### Задача 2. Целые точки. (20 баллов)

Равнобедренный треугольник задан на плоскости основанием и высотой, опущенной на основание;  $a$  – длина основания,  $h$  – высота ( $a$ ,  $h$  – целые числа).

Требуется подсчитать количество точек с целочисленными координатами, лежащих внутри этого треугольника (но не на его границе).

Формат входных данных.

В первой строке содержатся числа  $a$  ( $1 \leq a \leq 10^9$ ),  $h$  ( $1 \leq h \leq 10^9$ ).

Формат выходных данных.

В выходной файл вывести одно число - искомое число точек.

Примеры.

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 8 4       | 9          |

### Задача 3. Забавная игра (20 баллов)

Легендарный учитель математики Юрий Петрович придумал забавную игру с числами. А именно, взяв произвольное целое число, он переводит его в двоичную систему счисления, получая некоторую последовательность из нулей и единиц, начинающуюся с единицы.

(Например, десятичное число  $19_{10} = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$  в двоичной системе запишется как 100112).

Затем учитель начинает сдвигать цифры полученного двоичного числа по циклу (так, что последняя цифра становится первой, а все остальные сдвигаются на одну позицию вправо), выписывая образующиеся при этом последовательности из нулей и единиц в столбик. Он подметил, что не зависимо от выбора исходного числа получающиеся последовательности начинают с некоторого момента повторяться. И наконец, Юрий Петрович отыскивает максимальное из выписанных чисел и переводит его обратно в десятичную систему счисления, считая это число результатом проделанных манипуляций. Так, для числа 19 список последовательностей будет таким: 10011 11001 11100 01110 00111 10011 ... и результатом игры, следовательно, окажется число  $1 \cdot 24 + 1 \cdot 23 + 1 \cdot 22 + 0 \cdot 21 + 0 \cdot 20 = 28$ . Поскольку придуманная игра с числами все больше занимает воображение учителя, отвлекая тем самым его от работы с не очень одаренными школьниками, Вас просят написать программу, которая бы помогла Юрию Петровичу получать результат игры без утомительных вычислений вручную.

Формат входных данных. Входной файл содержит одно целое число  $N$  ( $0 \leq N \leq 32767$ ).

Формат выходных данных.

Ваша программа должна вывести в выходной файл одно целое число, равное результату игры.

Пример.

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 19        | 28         |

### Задача 4. Клад (20 баллов)

Найти закопанный пиратами клад просто: все, что для этого нужно, это карта. Как известно, пираты обычно рисуют карты от руки и описывают алгоритм нахождения клада так: «Встаньте около одинокой пальмы. Пройдите тридцать шагов в сторону леса, потом семнадцать шагов в сторону озера,... наконец десять шагов в сторону большого булыжника. Клад находится под ним». Большая часть таких указаний просто сводится к прохождению какого-то количества шагов в одном из восьми направлений: 1 - север, 2 - северо-восток, 3 - восток, 4 - юго-восток, 5 - юг, 6 - юго-запад, 7 - запад, 8 - северо-запад (см. рис.1). Длина шага в любом направлении равна 1.

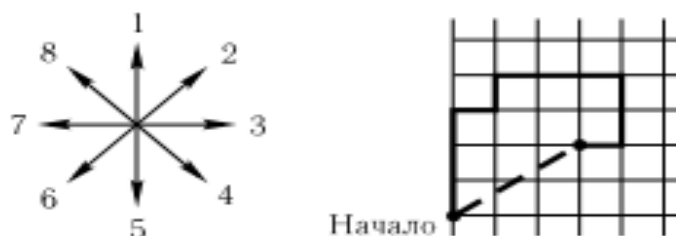


Рис.1.

Путешествие по такому пути обычно является прекрасным способом посмотреть окрестности, однако в наше время постоянной спешки ни у кого нет времени на это. Поэтому кладоискатели хотят идти напрямую в точку, где зарыт клад. Например, вместо того чтобы проходить три шага на север, один шаг на восток, один шаг на север, три шага на восток, два шага на юг и один шаг на запад, можно пройти напрямую примерно 3,6 шага (см. рис. 1). Вам необходимо написать программу, которая по указаниям пиратов определяет точку, где зарыт клад.

**Формат входных данных.** Первая строка входного файла содержит число  $N$  - число указаний ( $1 \leq N \leq 40$ ). Последующие  $N$  строк содержат сами указания - номер направления (целое число от 1 до 8) и количество шагов (целое число от 1 до 1000). Числа разделены пробелами.

**Формат выходных данных.** В выходной файл выведите координаты  $X$  и  $Y$  точки (два вещественных числа, разделенные пробелом), где зарыт клад, считая, что ось  $Ox$  направлена на восток, а ось  $Oy$  — на север. Изначально кладоискатель должен стоять в начале координат. необходимо вывести с погрешностью не более  $10^{-3}$ . Примеры.

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 6         | 3.000      |
| 1 3       | 2.000      |
| 3 1       |            |
| 1 1       |            |
| 3 3       |            |
| 5 2       |            |
| 7 1       |            |

### **Задача 5. Распределение планов (30 баллов)**

В поселке функционируют три средние школы №1, №2 и №3. Администрация поселка выделила по  $k$  дачных участков для каждой школы. Участки расположены в ряд вдоль автотрассы и нумерованы от 1 до  $n$  ( $n = 3k$ ). Учителя школы №1 уже выбрали себе участки, теперь предстоит распределить участки между учителями школы №2 таким образом, чтобы выбранные  $k$  участков имели наименьшую протяженность. (Выбирать участки подряд мешает выбор, сделанный учителями школы №1)

Мерой протяженности для выбранных участков является число участков, находящихся между крайними участками (из выбранных участков). Например, если выбраны пять участков с номерами 3, 4, 8, 12, 14, то протяженность этих участков равна  $14 - 3 - 1 = 10$ .

Требуется написать программу, которая сделала бы правильный выбор участков для учителей школы №2.

*Входные данные:* Входной файл состоит двух строк; в первой строке - одно натуральное число:  $k$  – число участков, выделенных для каждой школы;  $1 \leq k \leq 999999$ . Во второй строке - номера участков, выделенных для учителей школы №1.

*Выходные данные:* Выходной файл содержит одну строку из  $k$  натуральных чисел – номеров участков для учителей школы №2. Если задача имеет несколько решений, то выбрать лексикографически наименьший вектор (из номеров участков для учителей школы №2)

| input.txt           | output.txt      |
|---------------------|-----------------|
| 6<br>1 4 7 12 15 17 | 8 9 10 11 13 14 |
| 2<br>1 4            | 2 3             |